

# METODOLOGIA PARA EL ANALISIS PROBABILISTICO DE SISTEMAS DE DISTRIBUCION

USANDO EL METODO DE LA REGLA DE LA CADENA  
Y EL METODO DE ESTIMACION POR 3 PUNTOS

Msc. Alan Arias

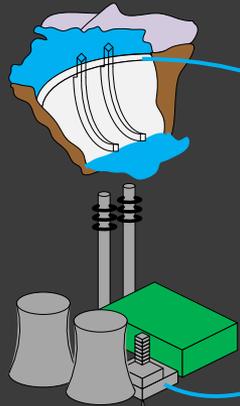


Grupo de Investigación  
Planeamiento de Sistemas  
Eléctricos

# CONTENIDO

- INTRODUCCION
- FLUJO DE CARGA RADIAL USANDO EL METODO DE LA REGLA DE LA CADENA
- FLUJO DE CARGA PARA REDES POCO ENMALLADAS
- FLUJO DE CARGA PROBABILISTICO
- CONCLUSIONES

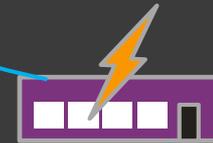
Generación



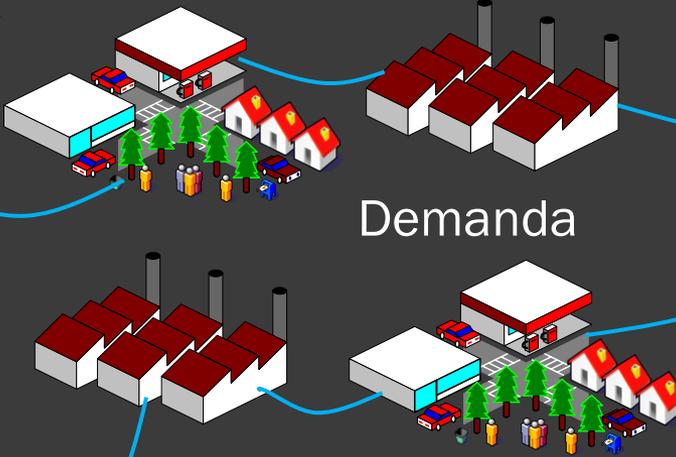
Red de Transporte



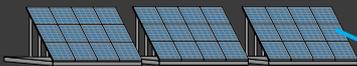
Subestación de Distribución



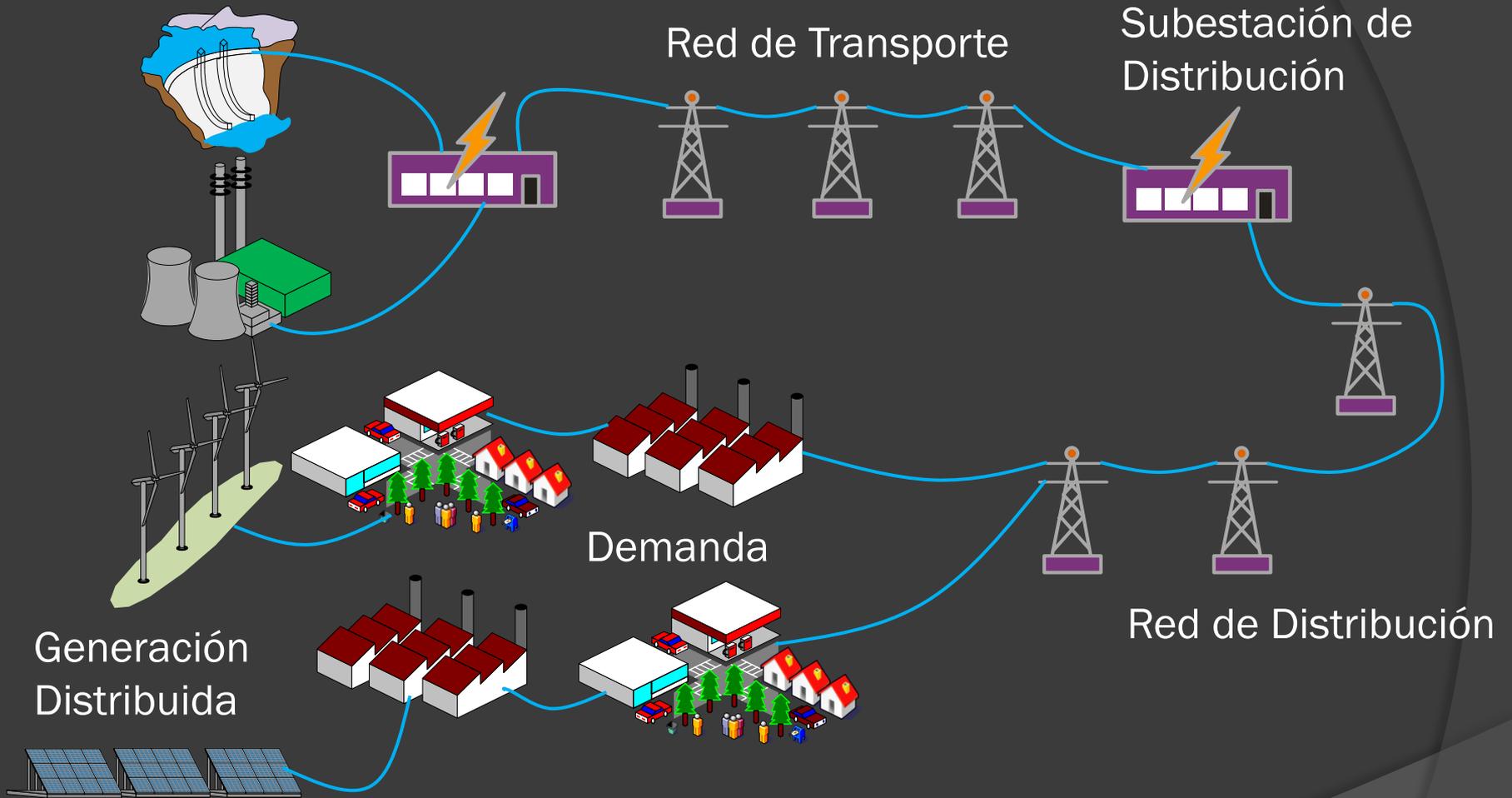
Demanda



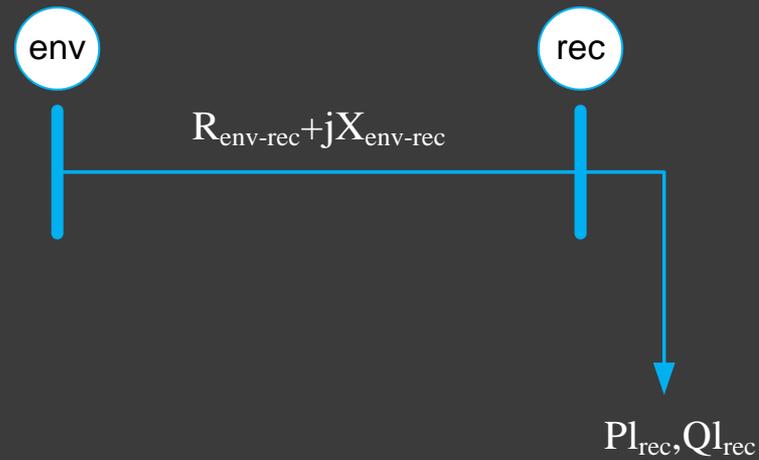
Generación Distribuida



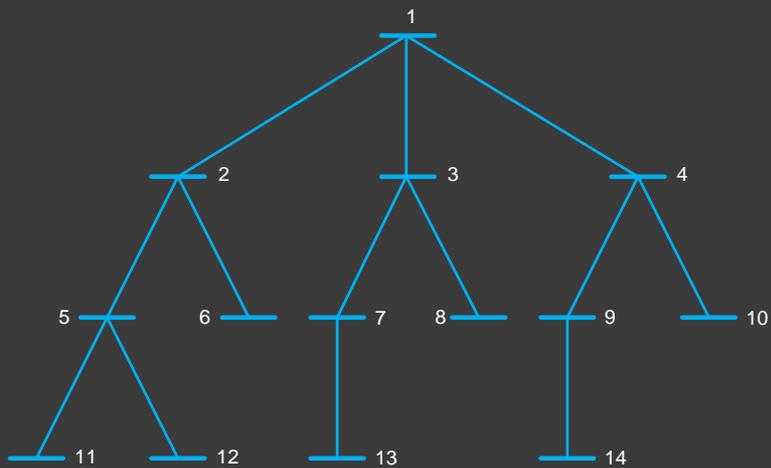
Red de Distribución



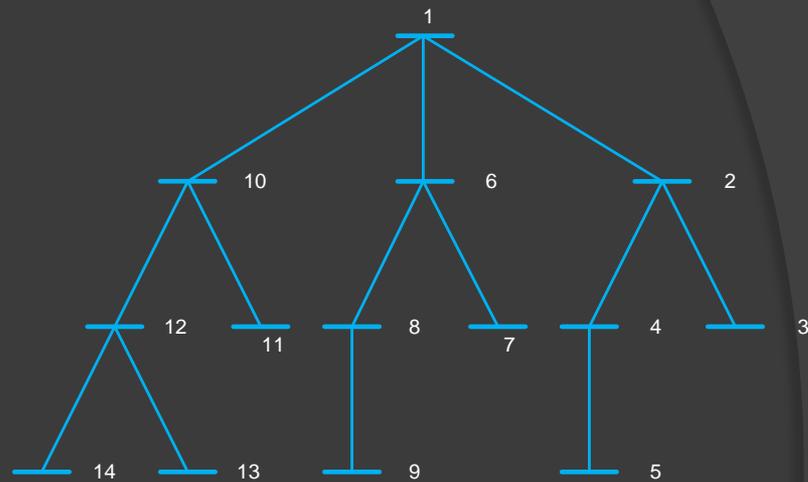
# MODELO Y DESCRIPCION DE LA RED DE DISTRIBUCION



Nodo env	Nodo rec	$R_{env-rec}$	$X_{env-rec}$	$P1_{rec}$	$Q1_{rec}$
----------	----------	---------------	---------------	------------	------------

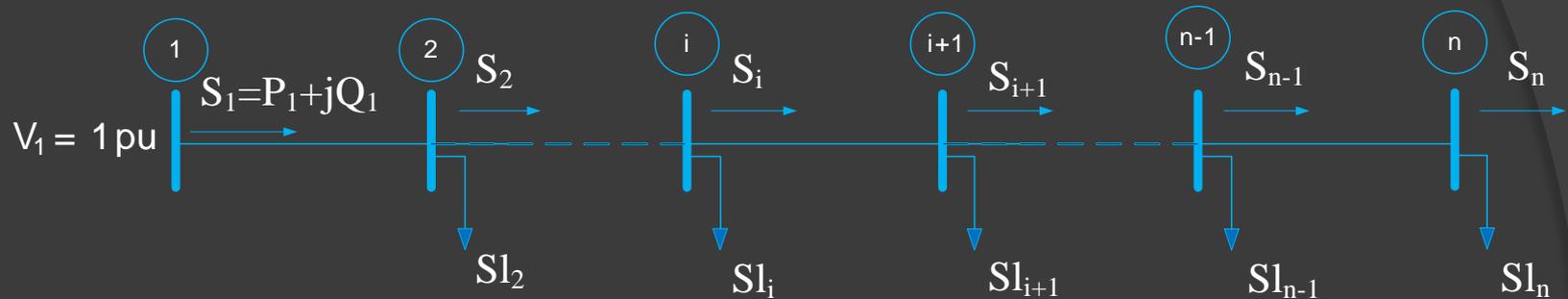


Ordenamiento por niveles



Ordenamiento por ramales

# CASO BASE: UN RAMAL



$$S_2 = S_1 - S_{loss1} - S_{l2} = S_1 - Z_{1-2} |S_1|^2 / V_1^2 - S_{l2} \quad 1)$$

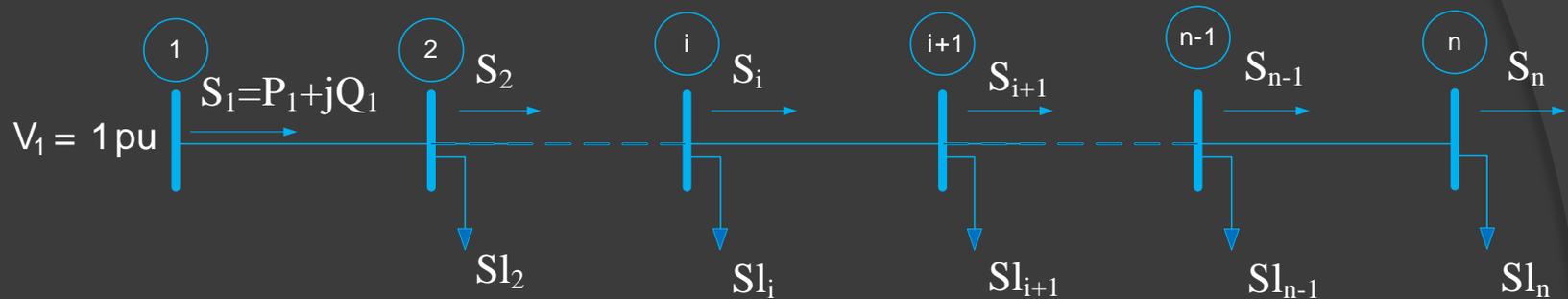
$$V_2 \angle \theta_2 = V_1 - Z_{1-2} I_1 = V_1 - Z_{1-2} S_1^* / V_1 \quad 2)$$

$$P_{i+1} = P_i - R_{i,i+1} (P_i^2 + Q_i^2) / V_i^2 - P_{li+1} \quad 3)$$

$$Q_{i+1} = Q_i - X_{i,i+1} (P_i^2 + Q_i^2) / V_i^2 - Q_{li+1} \quad 4)$$

$$V_{i+1}^2 = V_i^2 - 2(R_{i,i+1} P_i + X_{i,i+1} Q_i) + (R_{i,i+1}^2 + X_{i,i+1}^2) (P_i^2 + Q_i^2) / V_i^2 \quad 5)$$

# CASO BASE: UN RAMAL



$$x_{i+1} = f_{i+1}(x_i) \quad 6)$$

Donde  $x_i = [P_i, Q_i, V_i^2]^T$

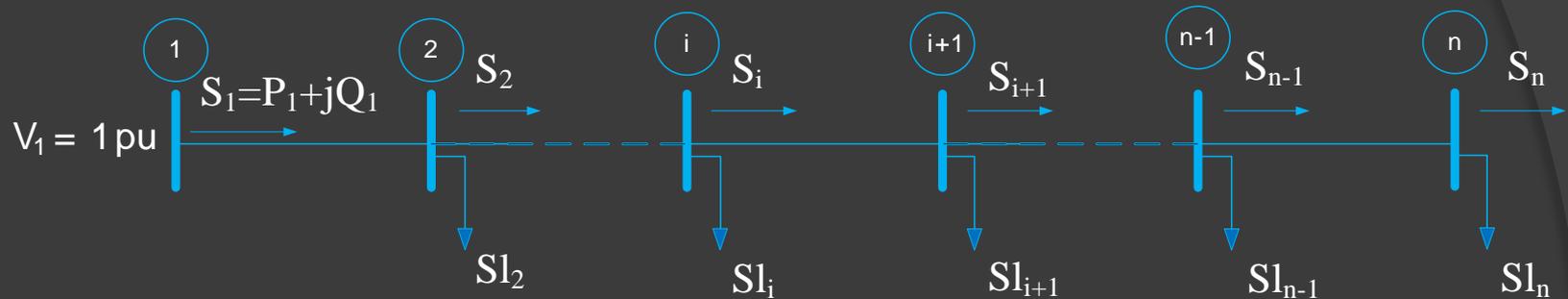
Y se debe cumplir:

$$V_1^2 = x_1(1,3)^T = 1 \text{ p.u.} \quad 7)$$

$$P_n = x_n(1,1)^T = 0 \quad 8)$$

$$Q_n = x_n(1,2)^T = 0 \quad 9)$$

# CASO BASE: UN RAMAL



Así, las formulas recursivas 3,4 y 5 junto con estas condiciones representan el sistema de ecuaciones de flujo que se debe resolver

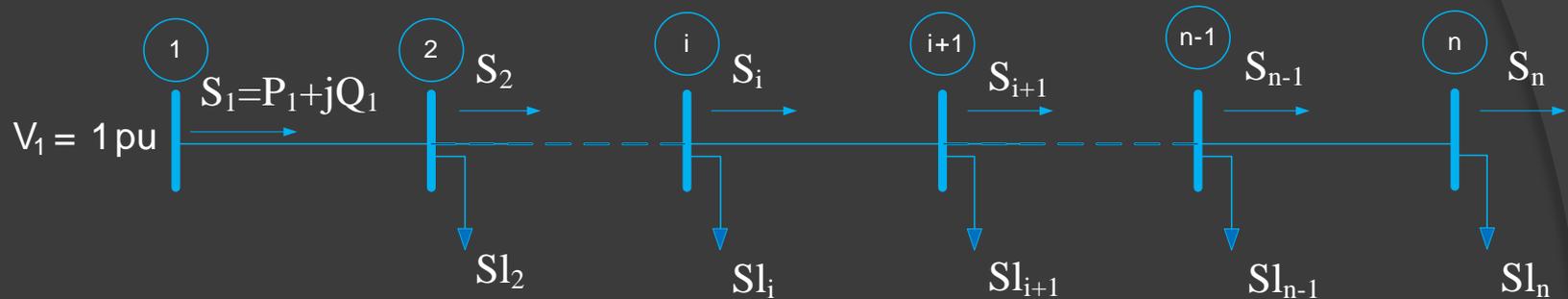
$$G(x) = 0 \quad 10)$$

Donde  $x = [x_1^T \dots x_n^T]^T$

Sin embargo solo se necesitan conocer las variables al inicio de la rama

$$x_1 = [P_1, Q_1, V_1^2]^T \quad 11)$$

# CASO BASE: UN RAMAL



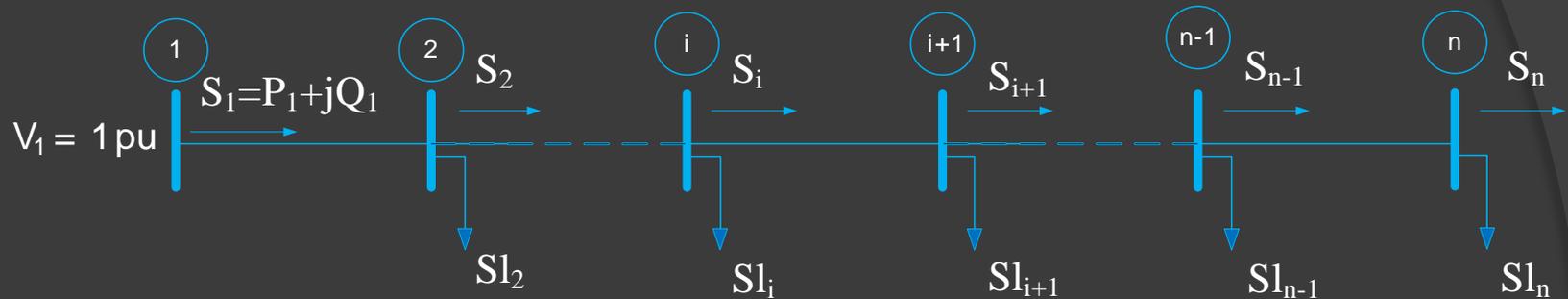
Sin embargo como el voltaje en el nodo slack es conocido solo se debe resolver para  $x_1 = [P_1, Q_1]^T$

De esta manera la ecuaciones de flujo a resolver se reducen a:

$$H(x_1) = 0$$

12)

# CASO BASE: UN RAMAL



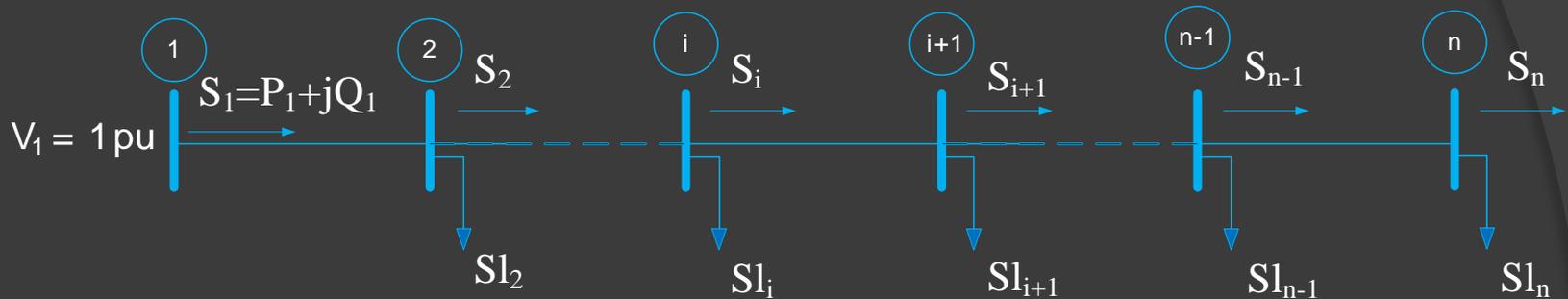
- Cálculo de los errores  $H(x^j)$
- Construcción de la matriz Jacobiana del sistema

$$J(x^j) = \left. \frac{\partial H}{\partial x} \right|_{x=x^j} \quad (13)$$

- Actualización de las variables de estado mediante:

$$J(x^j) \Delta x^j = -H(x^j) \quad (14)$$

# CASO BASE: UN RAMAL



La matriz Jacobiana del sistema se obtiene mediante las siguientes ecuaciones

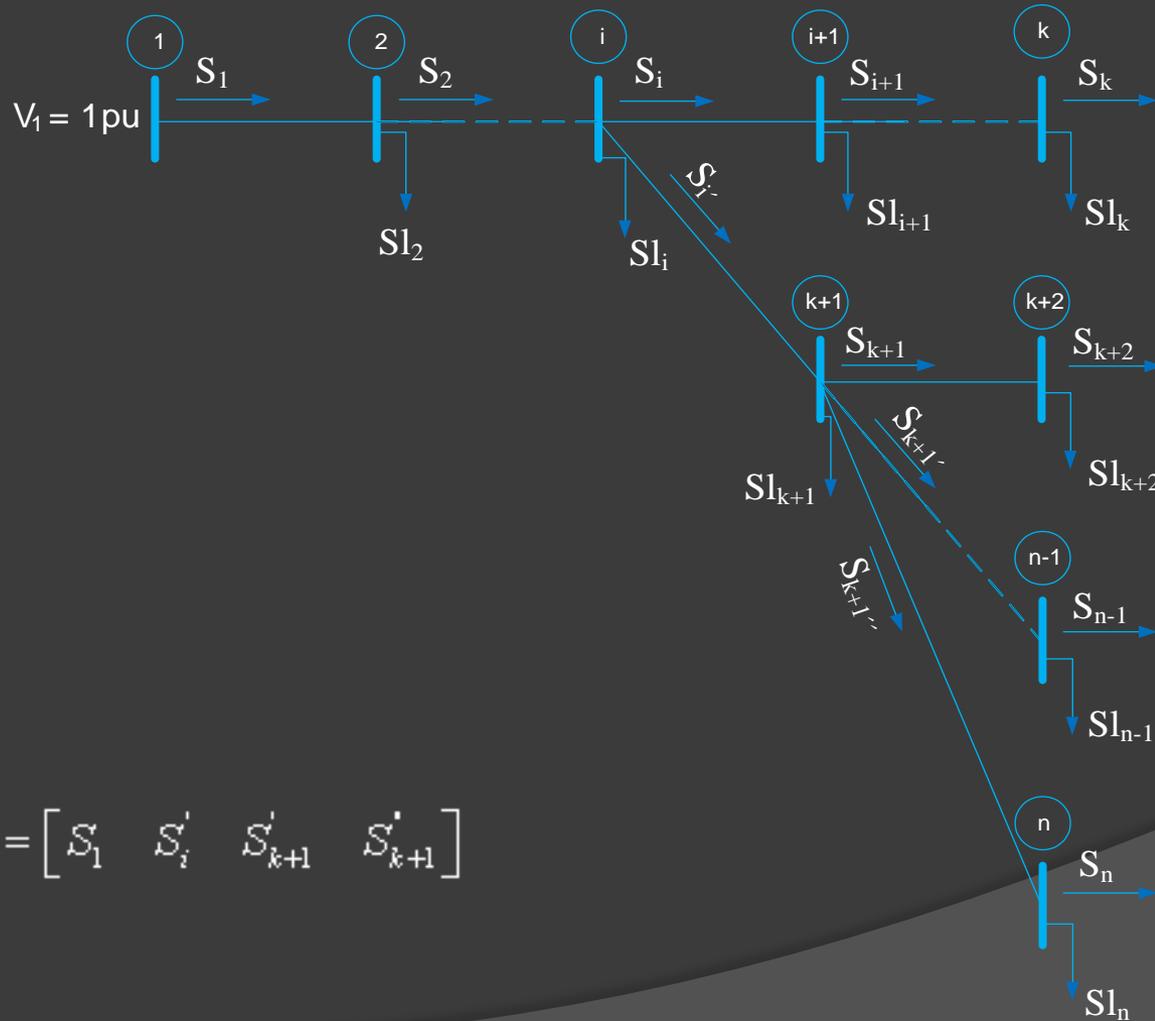
$$J_{i,i+1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{i+1}}{\partial x_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{i+1}}{\partial P_i} & \frac{\partial P_{i+1}}{\partial Q_i} \\ \frac{\partial Q_{i+1}}{\partial P_i} & \frac{\partial Q_{i+1}}{\partial Q_i} \end{bmatrix} \quad 15)$$

Y utilizando las formulas recursivas nos queda:

$$J_{i,i+1} = \begin{bmatrix} 1 - 2R_{i,i+1} \frac{P_i}{V_i^2} & -2R_{i,i+1} \frac{Q_i}{V_i^2} \\ -2X_{i,i+1} \frac{P_i}{V_i^2} & 1 - 2X_{i,i+1} \frac{Q_i}{V_i^2} \end{bmatrix} \quad 16)$$

Y la matriz Jacobiana del sistema es:  $J = J_{1,2} \times J_{2,3} \times \dots \times J_{n-1,n}$

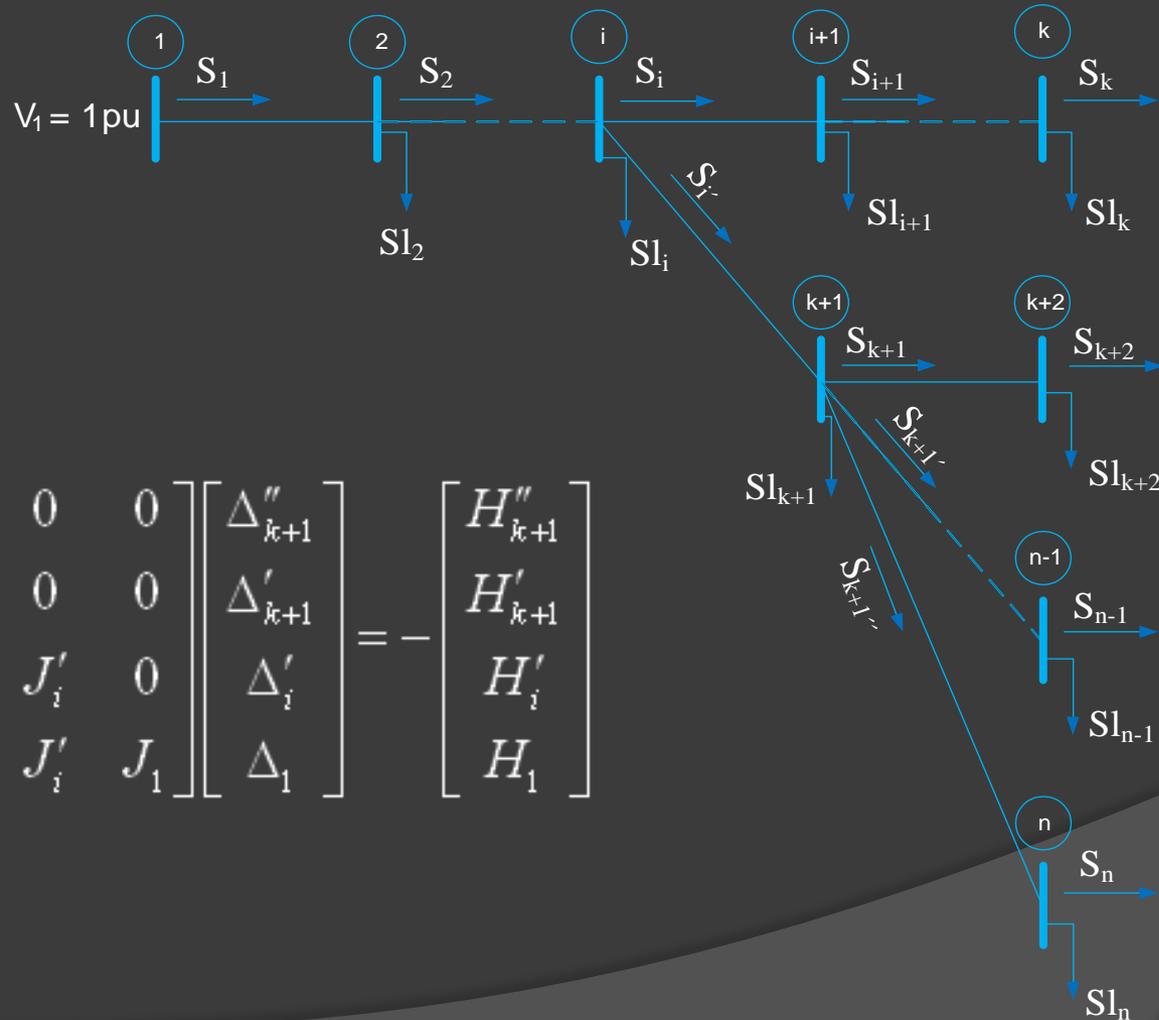
# CASO GENERAL: RAMAL PRINCIPAL CON ALIMENTADORES



$$H(\bar{x}) = 0$$

$$\text{Donde } \bar{x} = [S_1 \quad S'_i \quad S'_{k+1} \quad S'_{k+1}]$$

# CASO GENERAL: RAMAL PRINCIPAL CON ALIMENTADORES



$$\begin{bmatrix} J''_{k+1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J'_{k+1} & 0 & 0 \\ J''_{k+1} & J'_{k+1} & J'_i & 0 \\ 0 & 0 & J'_i & J_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta''_{k+1} \\ \Delta'_{k+1} \\ \Delta'_i \\ \Delta_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H''_{k+1} \\ H'_{k+1} \\ H'_i \\ H_1 \end{bmatrix}$$

# MODIFICACION AL METODO

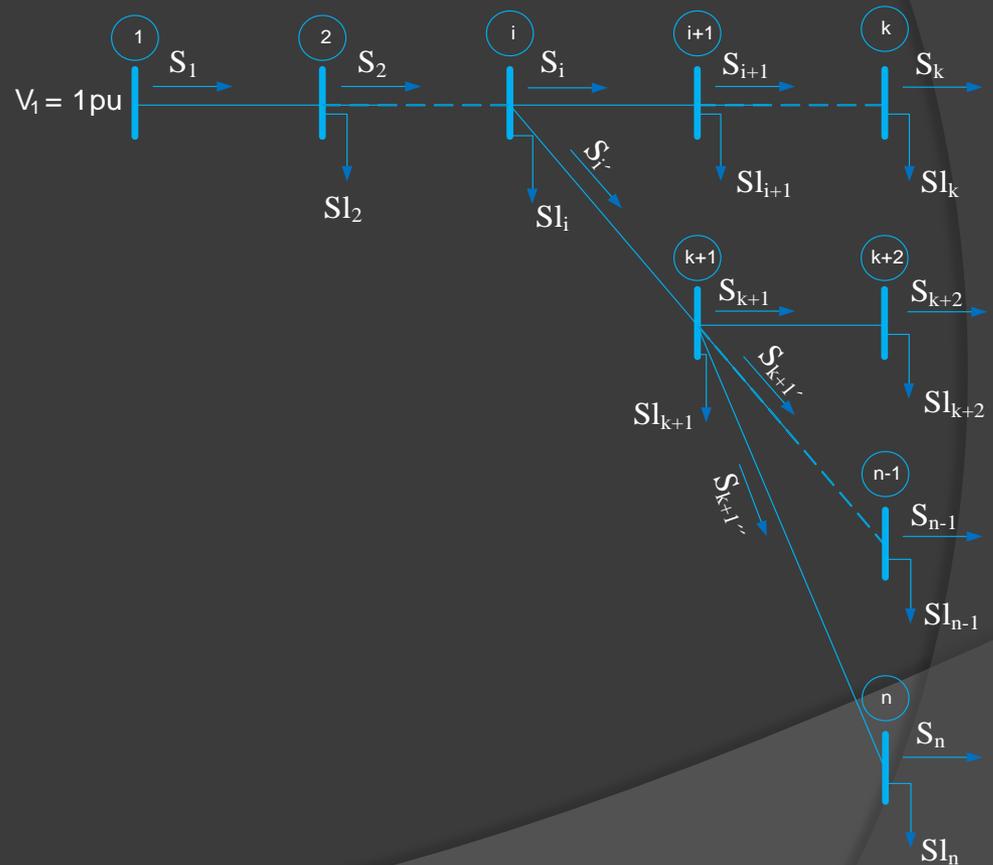
- Estimación del punto inicial

$$x_1 = [P_1, Q_1]^T$$

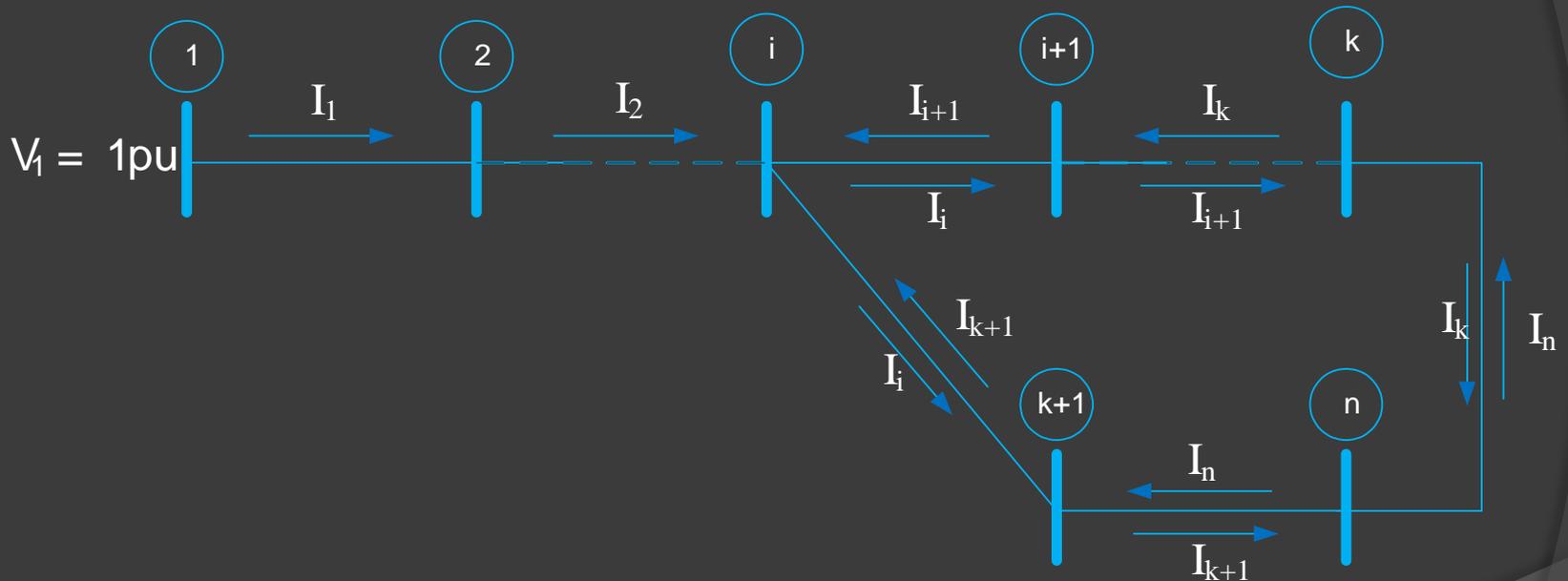
- Actualización de los ramales

$$|V_k^2(j) - V_k^2(j-1)| \leq \text{tolervolt}$$

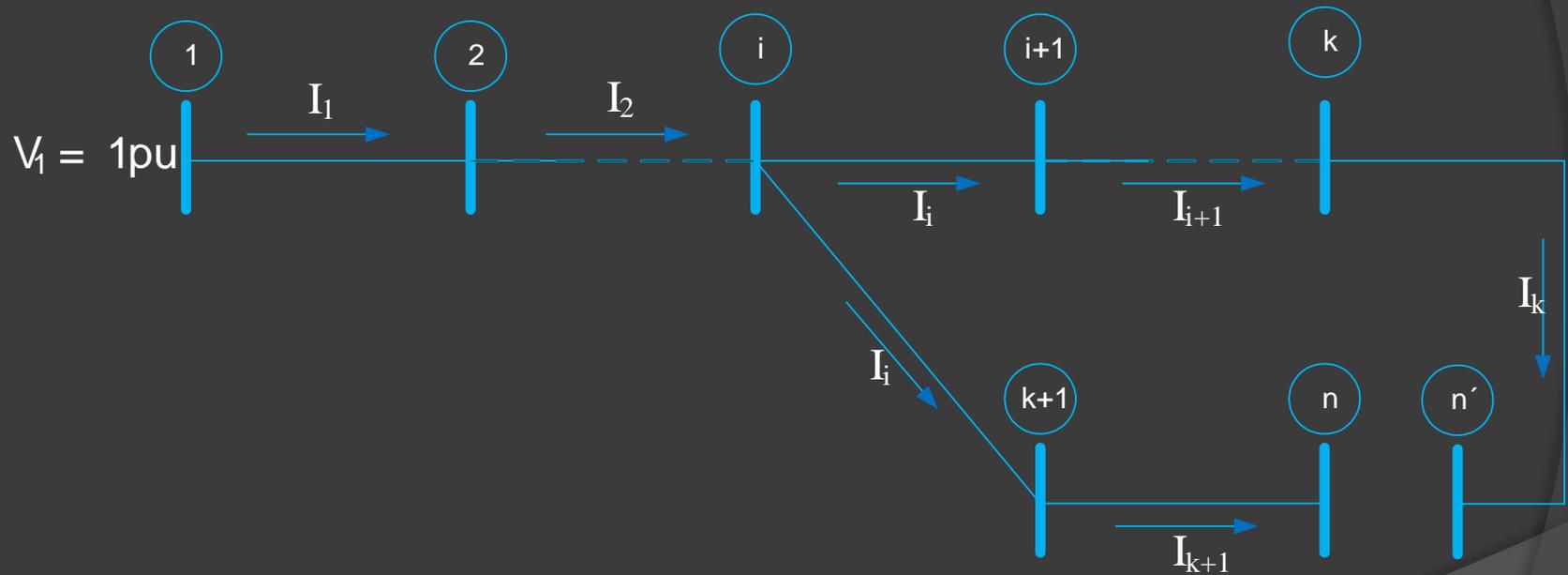
$$\max(P_m^j, Q_m^j) \leq \text{tol}$$



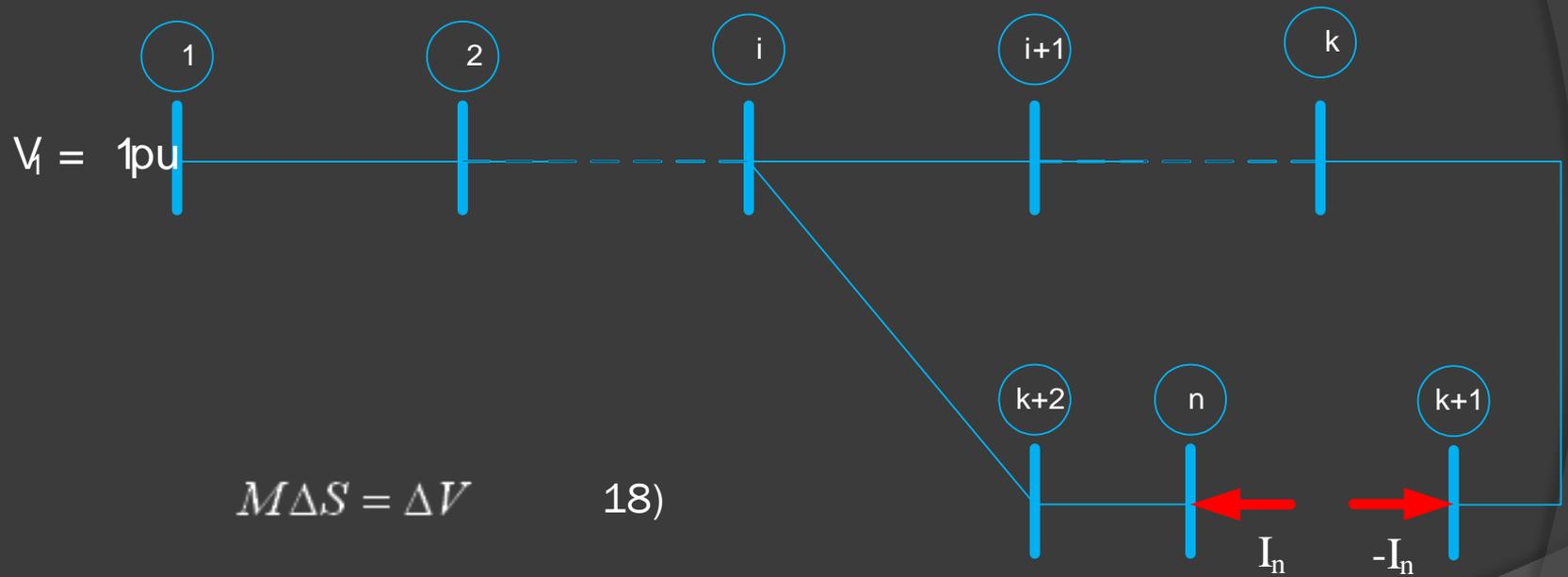
# METODO DE COMPENSACION DE CORRIENTES



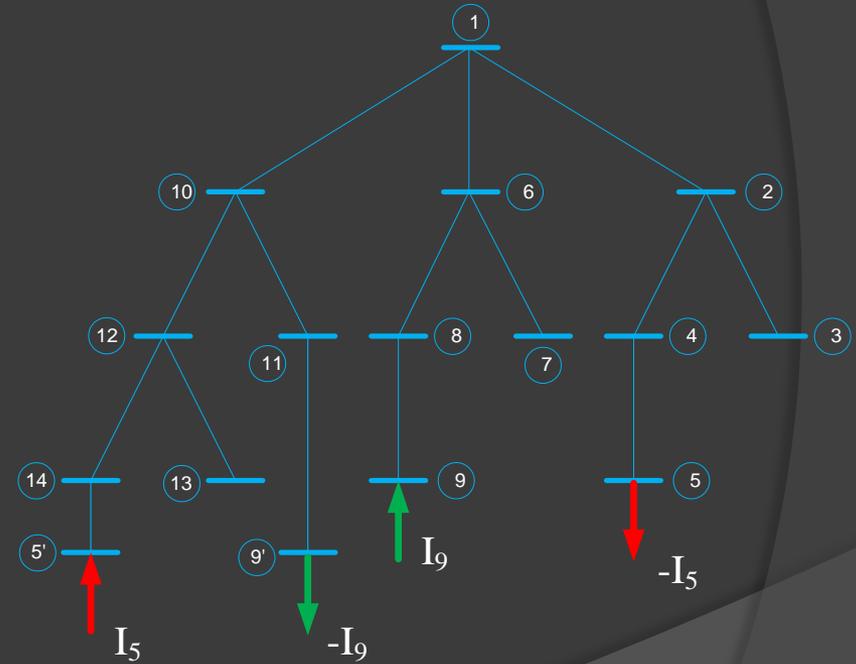
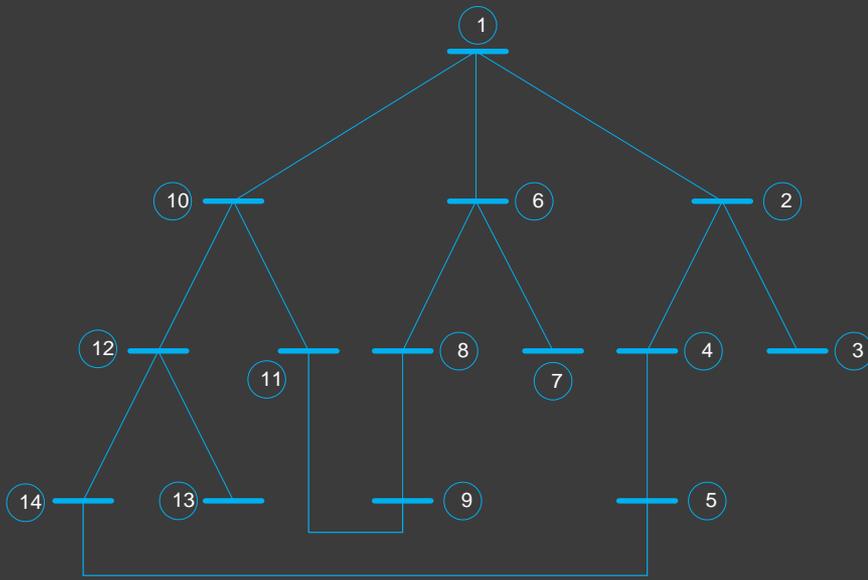
# METODO DE COMPENSACION DE CORRIENTES



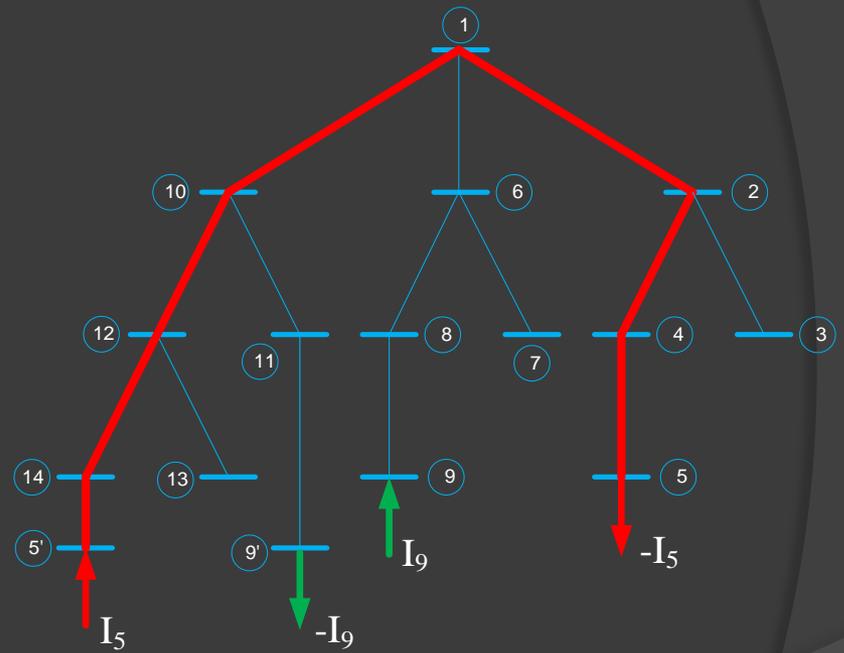
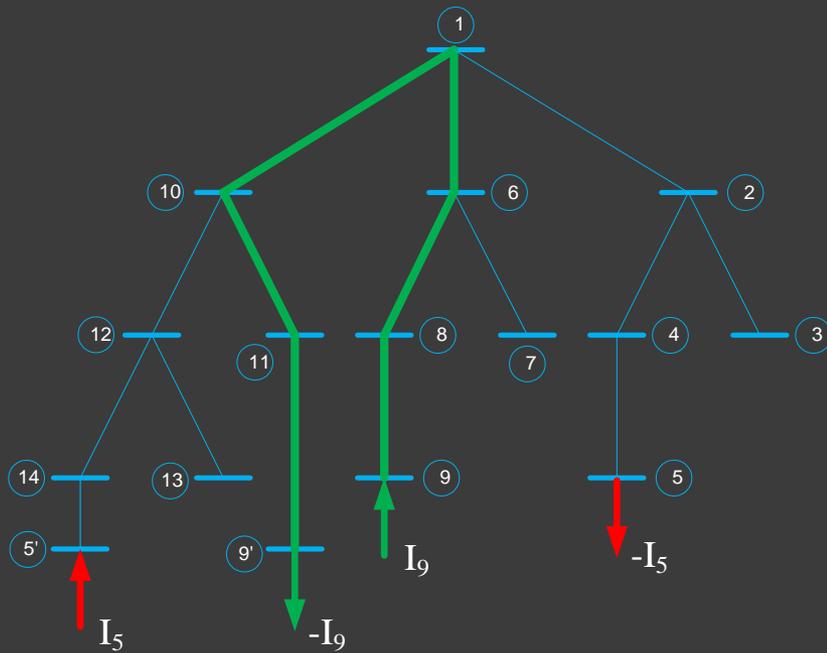
# METODO DE COMPENSACION DE CORRIENTES



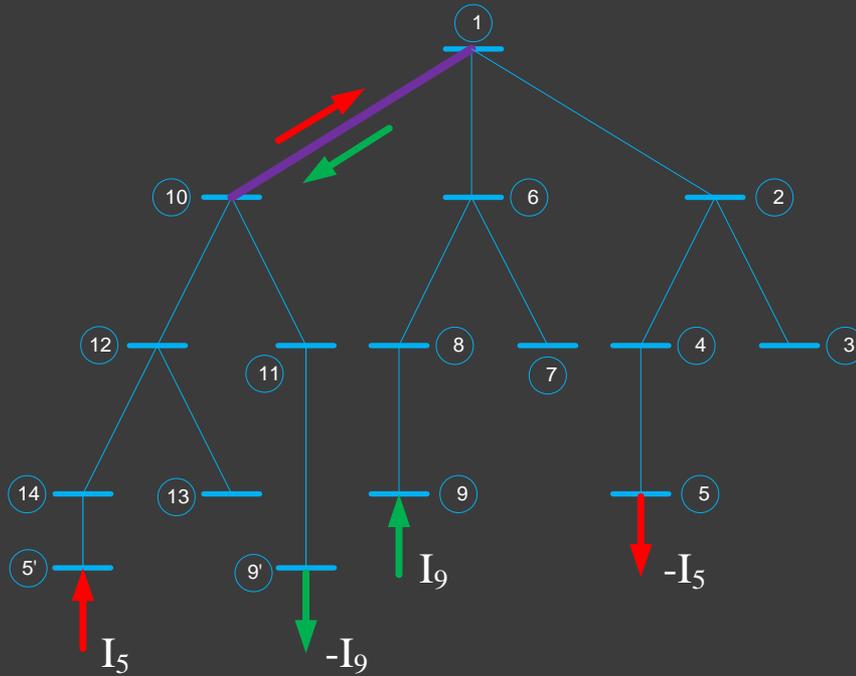
# MATRIZ DE IMPEDANCIAS



# MATRIZ DE IMPEDANCIAS



# MATRIZ DE IMPEDANCIAS



$$R = \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$$

# CORRECCION DE INYECCIONES DE POTENCIA

$$\bar{Z} \bar{I} = \bar{V} \quad 19)$$

$$\bar{Z} \Delta \bar{I} = \Delta \bar{V} \quad 20)$$

$$\Delta \bar{I} \cong \Delta \bar{S}^* \quad 21)$$

$$\bar{Z} \Delta \bar{S}^* = \Delta \bar{V} \quad 22)$$

$$\bar{Z} = R + jX \quad 23)$$

$$\Delta \bar{S}^* = \Delta P - j\Delta Q \quad 24)$$

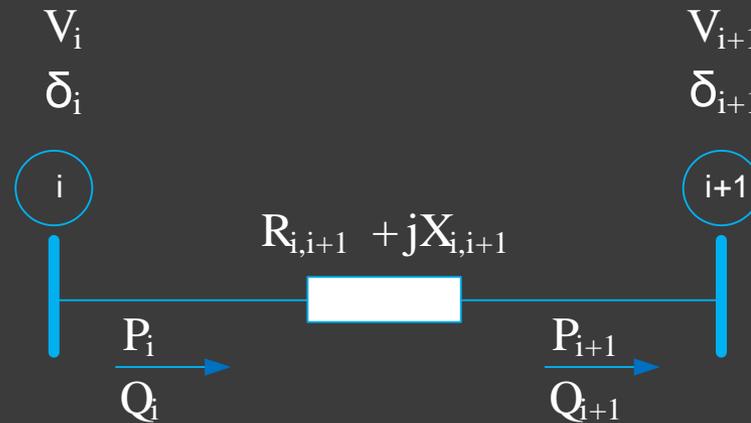
$$\Delta \bar{V} = \Delta V_{re} + j\Delta V_{im} \quad 25)$$

$$R\Delta P + X\Delta Q = \Delta V_{re} \quad 26)$$

$$X\Delta P - R\Delta Q = \Delta V_{im} \quad 27)$$

$$\begin{bmatrix} X & R \\ -R & X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q \\ \Delta P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \delta \end{bmatrix} \quad 28)$$

# CALCULO DEL ANGULO PARA FLUJO DE CARGA POCO ENMALLADO



$$\Delta V' = \frac{R_{i,i+1}P_i + X_{i,i+1}Q_i}{V_i} \quad 29)$$

$$\Delta V'' = \frac{X_{i,i+1}P_i - R_{i,i+1}Q_i}{V_i}$$

$$\delta_{i+1} = \delta_i - \tan^{-1} \left[ \frac{\Delta V''}{V_i - \Delta V'} \right] \quad 30)$$

# METODO DE ESTIMACION POR PUNTOS

La  $K_{\text{esima}}$  concentración  $(p_{l,k}, w_{l,k})$  de una variable aleatoria  $m$  puede ser definida como un par compuesto por una ubicación  $p_{l,k}$  y un peso  $w_{l,k}$  ( $k=1, 2, \dots, K$ ). La ubicación  $p_{l,k}$  es el  $K_{\text{esimo}}$  valor de la variable  $m$  en el que se evalúa la función  $H(\mu_{p1}, \mu_{p2}, \dots, p_{l,k}, \dots, \mu_{pm})$ . El peso  $w_{l,k}$  es un factor de ponderación que representa la importancia relativa de esta evaluación en las variables aleatorias de salida.

El número  $K$  de evaluaciones a realizar depende del esquema utilizado. Por lo tanto, el número total de evaluaciones de  $H$  es  $Kxm$ .

Se asume que  $p_l$  es una variable aleatoria de entrada con una función de densidad de probabilidad  $f_p(p_l)$ , una media  $\mu_p$  y una desviación estándar  $\sigma_p$ . Además  $Z$  es una variable aleatoria que es función de  $p_l$ , así  $Z = h(p_l)$

$$h(p_l) = h(\mu_p) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i!} h^{(i)}(\mu_p) (p_{li} - \mu_p)^i$$

# METODO DE ESTIMACION POR PUNTOS

$$\mu_Z \cong \sum_{k=1}^K w_{i,k} h(p_{i,k}) \quad 32)$$

$$p_{i,k} = \mu_{pi} + \xi_{i,k} \sigma_{pi} \quad 33)$$

- Primera aproximación:

$$\mu_Z = E(h(p_i)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(p_i) f(p_i) dp_i \quad 34)$$

Sustituyendo (31) en (34) queda:

$$\mu_Z = h(\mu_p) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i!} h^{(i)}(\mu_p) M_i(p_i) \quad 35)$$

# METODO DE ESTIMACION POR PUNTOS

$$M_i(p_i) = \int_{-\infty}^{\infty} (p_i - \mu_p)^i f_p(p_i) dp_i \quad 36)$$

La proporción  $\lambda_{p,i} = M_i(p_i) / \sigma_p^i$  permite encontrar unos factores ampliamente usados en los análisis probabilísticos los cuales se denotan como el  $i$ ésimo momento central estándar de la variable aleatoria  $p_i$ .

$$\mu_z = h(\mu_p) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i!} h^{(i)}(\mu_p) \lambda_{p,i} \sigma_p^i \quad 37)$$

Donde  $\lambda_{p,1} = 0$ ,  $\lambda_{p,2} = 1$  y  $\lambda_{p,3}$  y  $\lambda_{p,4}$  son respectivamente el tercer y cuarto momento central, el coeficiente de Asimetría y Kurtosis de  $p_i$ .

# METODO DE ESTIMACION POR PUNTOS

- Segunda aproximación: consiste en sustituir la ecuación (31) y (33) en la ecuación (32)

$$w_{1,1}h(p_{1,1}) + \dots + w_{1,K}h(p_{1,K}) =$$
$$h(\mu_{p_j})(w_{1,1} + \dots + w_{1,K}) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i!} h^{(i)}(\mu_{p_j})(w_{1,1}\xi_1^i + \dots + w_{1,K}\xi_K^i)\sigma_{p_j}^i$$
38)

Igualando los términos de la derecha de la ecuación (37) y (38) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\sum_{k=1}^K w_{1,k} (\xi_{1,k})^i = \lambda_{1,i} \quad i = 1, 2, \dots, 2K - 1$$
$$\sum_{k=1}^K w_{1,k} = \frac{1}{m}$$
39)

# ESQUEMA 2M+1

$$\xi_{l,k} = \frac{\lambda_{l,3}}{2} + (-1)^{3-k} \sqrt{\lambda_{l,4} - \frac{3}{4} \lambda_{l,3}^2} \quad k = 1, 2 \quad 40)$$

$$\xi_{l,3} = 0 \quad 41)$$

$$w_{l,k} = \frac{(-1)^{3-k}}{\xi_{l,k} (\xi_{l,1} - \xi_{l,2})} \quad k = 1, 2 \quad 42)$$

$$w_{l,3} = \frac{1}{m} - \frac{1}{\lambda_{l,4} - \lambda_{l,3}^2} \quad 43)$$

$$w_0 = \sum_{l=1}^m w_{l,3} = 1 - \sum_{l=1}^m \frac{1}{\lambda_{l,4} - \lambda_{l,3}^2} \quad 44)$$

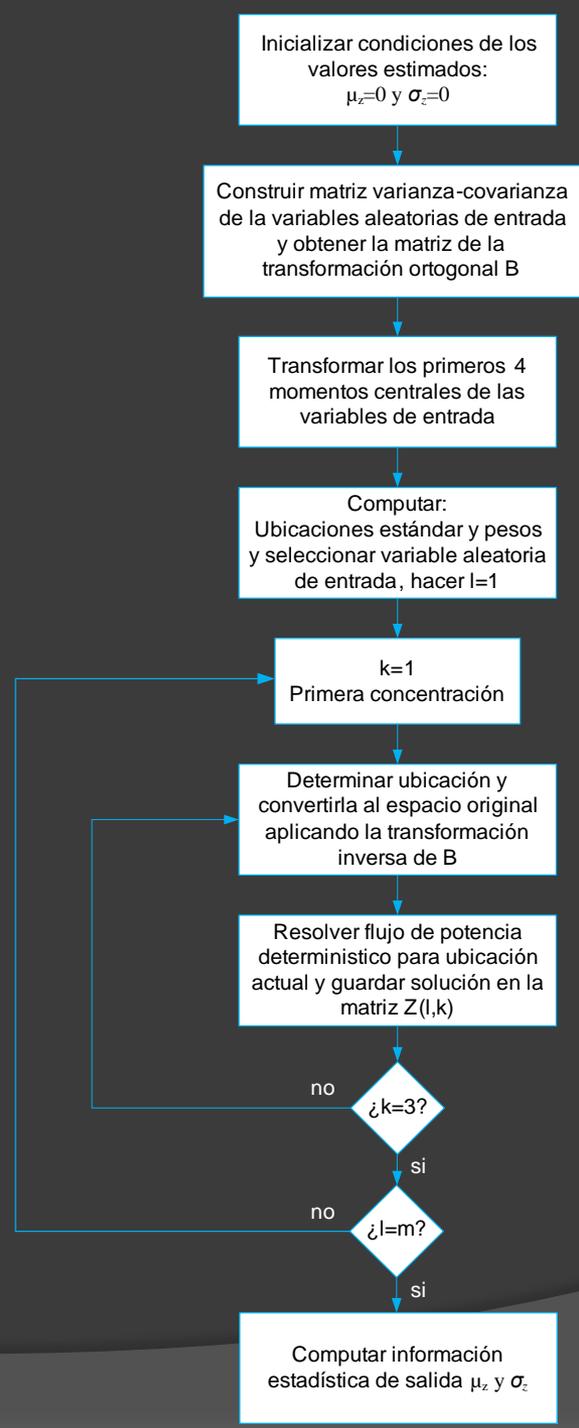
# ESQUEMA 2M+1

Además las aproximaciones de la media y la desviación estándar de  $z$  denotada por  $\mu_{z_i}$  y  $\sigma_{z_i}$  se pueden obtener mediante:

$$\mu_{z_i} = E[z_i] = \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^3 w_{l,k} Z_i(l, k) \quad 45)$$

$$E[z_i^2] = \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^3 w_{l,k} (Z_i(l, k))^2 \quad 46)$$

$$\sigma_{z_i} = \sqrt{E[z_i^2] - (E[z_i])^2} = \sqrt{E[z_i^2] - \mu_{z_i}^2} \quad 47)$$



# CONCLUSIONES

- Ya que el flujo de carga radial que se basa en el método de la cadena trabaja con una matriz Jacobiana del sistema la cual se calcula una única vez y no cambia a través de todo el proceso (siempre y cuando no cambie la topología de la red), el tiempo computacional de éste flujo es menor respecto a las otras versiones de flujos de carga estudiadas.
- Debido a las propiedades numéricas del Jacobiano el flujo de potencia descrito es numéricamente robusto independientemente a los parámetros del sistema, en particular a la relación  $r/x$  del sistema
- Con la modificación al flujo de carga radial del método de la Cadena éste se vuelve más rápido ya que una vez que una rama en particular ha llegado a la convergencia se hace a un lado del proceso de solución evitando el cálculo de dicha rama y de esta manera reduciendo el esfuerzo computacional del algoritmo.